试卷代号:1002　　座位号□□

中央广播电视大学 1999—2000 学年度第一学期"开放教育(本科)"期末考试

# 计算机科学与技术专业计算机数学基础(1)试题

2000 年 7 月

| 题　号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 总　分 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 分　数 | | | | | | |

| 得　分 | 评卷人 |
|---|---|
| | |

## 一、单项选择题(每小题 2 分,共 10 分)

1. 设 $P$:我将去市里,$Q$:我有时间。命题"我将去市里,仅当我有时间时"符号化为(　　)

(A)$Q\rightarrow P$　　(B)$P\rightarrow Q$

(C)$P\leftrightarrow Q$　　(D)$\sim P\vee\sim Q$

2. 设个体域为整数,下列公式中真值为 1 是(　　)

(A)$\forall x\forall z(x+z=0)$　　(B)$\forall x\exists t(x+t=0)$

(C)$\exists y\forall z(y+z=0)$　　(D)$\neg\exists u\exists v(u+v=0)$

3. 设 $G$ 是有 6 个结点的完全图,从 $G$ 中删去(　　)条边,则得到树。

(A)6　　(B)9

(C)10　　(D)15

4. 设 $G$ 是有 5 个结点的完全图,则 $G$(　　)

(A)无哈密顿通路　　(B)无欧拉回路

(C)是平面图　　(D)是欧拉图

5. 在自然数集 $N$ 上定义的二元运算 $*$,满足结合律的是(　　)

(A)$a*b=a-b$　　(B)$a*b=a+2b$

(C)$a*b=\max\{a,b\}$　　(D)$a*b=|a-b|$

| 得　分 | 评卷人 |
| --- | --- |
| | |

## 二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. 设 $N(x)$:$x$ 是自然数,$H(x,y)$;$y$ 是 $x$ 的后继数,则谓词命题"每个自然数都有后继数"符号化为_____。

7. 设命题公式 $G$ 的主合取范式是$(P \vee Q) \wedge (\neg P \vee Q)$,那么 $G$ 的主析取范式是_____。

8. 设 $G$ 是连通平面图,$v,e,r$ 分别表示 $G$ 的结点数,边数和面数,则 $v,e$ 和 $r$ 满足的关系式是_____

9. 设图 $G=\langle V,E\rangle$,$G'=\langle V',E'\rangle$,若_____则称 $G'$是 $G$ 的真子图。

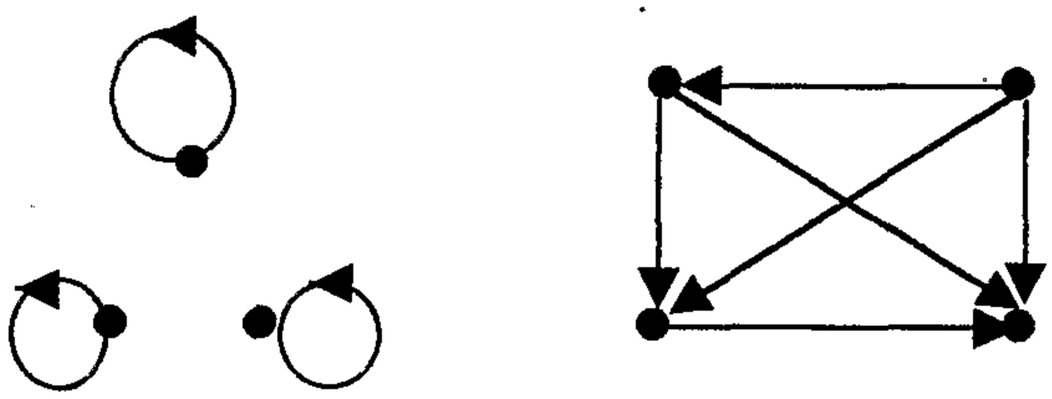
10. 在布尔代数中,有 $a+(\bar{a}\cdot b)=a+b$ 成立,则其对偶式_____一定成立。

| 得　分 | 评卷人 |
| --- | --- |
| | |

## 三、化简解答题(每小题 8 分,共 24 分)

11. 将命题公式$\neg (P\rightarrow Q)$化为主合取范式。

12. 设二元关系 $R_1$,$R_2$,其关系图如第 12 题图。试指出它们各自具有的性质。



$R_1$ $R_2$

第 12 题图

13. (1)在 1 棵有 2 个 2 度结点,4 个 3 度结点,其余为树叶的无向图中,应该有几片树叶?

(2)画出两棵不同构的满足条件(1)的结点度数的无向树 $T_1$,$T_2$。

| 得　分 | 评卷人 |
| --- | --- |
| | |

## 四、计算题(每小题 8 分,共 32 分)

14. 设 $f$ 是一元运算,$P$ 是一元谓词,$Q$ 是二元谓词,给定解释如 $I$

$D_I=\{2,3\}$,$f(2)=3$,$f(3)=2$,$P(2)=1$,$P(3)=0$

$Q(2,2)=Q(3,3)=1$,$Q(2,3)=Q(3,2)=0$

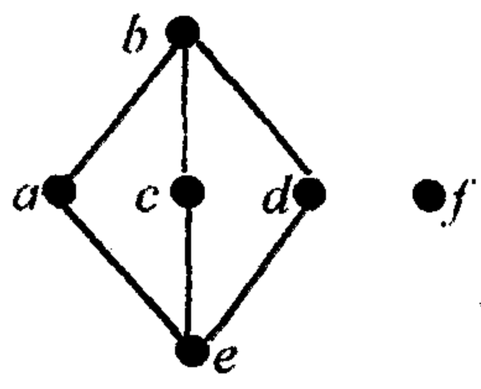
求在解释 $I$ 下$\forall\ x\exists\ y(Q(f(x),y))\rightarrow P(x))$的真值。

15. 设 $E=\{1,2,3,4,5\}$，$A=\{1,4\}$，$B=\{1,2,5\}$，$C=\{2,4\}$求$(A\cap B)\cup\sim C$；$P(A)-P(C)$；$A\oplus B$

16. 设偏序集$\langle A,\leq\rangle$的哈斯图如第 16 题图。

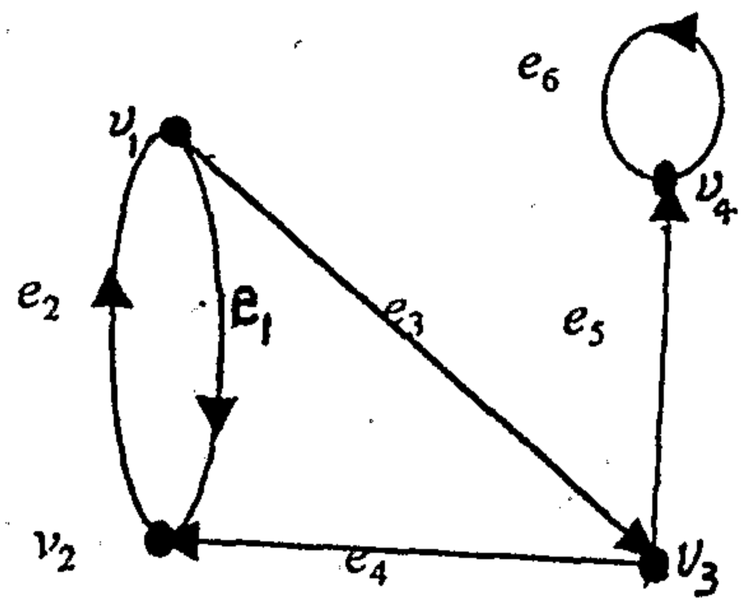
(1)试写出集合 $A$ 和$\leq$的集合表达式；

(2)求偏序集$\langle A,\leq\rangle$的极大元、极小元、最大元和最小元；



第 16 题图

17. 在有向图 $D$(如第 17 题图)中,求从结点 $v_1$ 到 $v_4$ 长度为 4 的所有通路条数(要求写出),从 $v_3$ 到 $v_4$ 长度为 4 的通路有几条?




第 17 题图

| 得　分 | 评卷人 |
| --- | --- |
| | |

## 五、证明题(第 18 题 9 分,第 19 题 10 分,共 19 分)

18. 试证明 $P\rightarrow(Q\rightarrow R)\wedge(\neg S\vee P)\wedge Q\Rightarrow S\rightarrow R$

19. 设 $R$ 为实数集，定义在集合 $R\times R$ 上的二元运算如下：

$\forall\ \langle x,y\rangle,\langle a,b\rangle\in R\times R$，

$\langle x,y\rangle * \langle a,b\rangle=\langle x+a,y+b\rangle$

证明$\langle R\times R, * \rangle$是群。

试卷代号:1002

# 中央广播电视大学 1999—2000 学年度第一学期“开放教育(本科)”期末考试

## 计算机科学与技术专业计算机数学基础(1)

## 试题答案及评分标准

(供参考)

2000 年 7 月

一、单项选择题(每小题 2 分,共 10 分)

1. A　　2. B　　3. C　　4. D　　5. C

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. $\forall\ x(N(x)\rightarrow\exists\ y(N(x)\wedge H(x,y)))$

7. $(\neg\ P\wedge Q)\vee(P\wedge Q)$

8. $v+r-e=2$

9. $G'\subseteq G$ 且 $G'\neq G(V'\subset V$ 或 $E'\subset E)$

10. $a\cdot(\bar{a}+b)=a\cdot b$

三、化简解答题(每小题 8 分,共 24 分)

11. $\neg\ (P\rightarrow Q)\Leftrightarrow P\wedge\neg\ Q$　　(2 分)

$\Leftrightarrow(P\vee(Q\wedge\neg\ Q))\wedge(\neg\ Q\vee(P\wedge\neg\ P)$　　(6 分)

$\Leftrightarrow(P\vee Q)\wedge(P\vee\neg\ Q)\wedge(P\vee\neg\ Q)\wedge(\neg\ P\vee\neg\ Q)$

$\Leftrightarrow(P\vee Q)\wedge(P\vee\neg\ Q)\wedge(\neg\ P\vee\neg\ Q)$　　(8 分)

12. (1)∵　$I_A\subseteq R_1$(或每个结点有自回路),

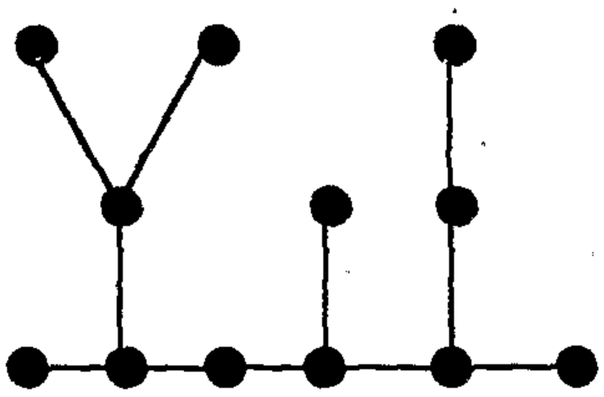
∴　$R_1$ 具有自反性,

又 $M_{R_1}$具有对称性,故 $R_1$ 具有对称性。　　(5 分)

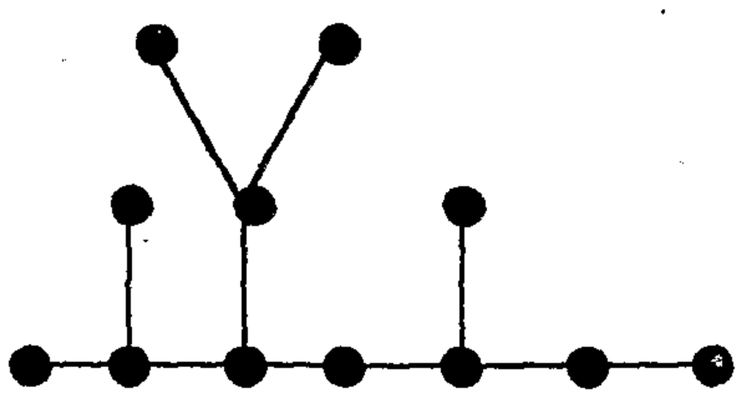
(2)$R_2$ 具有反自反性,反对称性和传递性。　　(8 分)

13. (1)设有 $k$ 片树叶,则该树有 $k+2+4$ 个结点,根据树的等价定义,有 $k+5$ 条边。由握手定理,$2\times(k+5)=k+2\times2+4\times3=k+16$,故 $k=6$。即有 6 片树叶。　　(5 分)

(2)



$T_1$



$T_2$ (8 分)

不唯一。

第13题答案图

四、计算题(每小题 8 分,共 32 分)·

14. $\forall x \exists y (Q(f(x),y)) \rightarrow P(x))$

$\Leftrightarrow (\exists y(Q(f(2),y)) \rightarrow P(2)) \wedge (\exists y(Q(f(3),y)) \rightarrow P(3))$ (3 分)

$\Leftrightarrow ((Q(3,2) \rightarrow 1) \vee (Q(3,3) \rightarrow 1)) \wedge (Q(2,2) \rightarrow 0) \vee (Q(2,3) \rightarrow 0))$ (5 分)

$\Leftrightarrow ((0 \rightarrow 1) \vee (1 \rightarrow 1)) \wedge ((1 \rightarrow 0)) \vee (0 \rightarrow 0))$ (7 分)

$\Leftrightarrow (1 \vee 1) \wedge (0 \vee 1) = 1$ (8 分)

15. $(A \cap B) \cup \sim C = \{1\} \cup \{1,3,5\} = \{1,3,5\}$ (2 分)

$P(A) - P(C) = \{\emptyset, \{1\}, \{4\}, \{1,4\}\} - \{\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{2,4\}\}$

$= \{\{1\}, \{1,4\}\}$ (5 分)

$A \oplus B = A \cup B - A \cap B$

$= \{1,2,4,5\} - \{1\} = \{2,4,5\}$ (8 分)

16.

$A = \{a,b,c,d,e,f\}$ (2 分)

$\leq = \{\langle e,a \rangle, \langle a,b \rangle, \langle e,b \rangle, \langle e,c \rangle, \langle c,b \rangle, \langle e,d \rangle, \langle d,b \rangle\} \cup I_A$ (5 分)

极大元:$b,f$; 极小元:$e,f$。无最大元和最小元。 (8 分)

17. $A(D) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$A^4(D) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (3 分)

从 $v_1$ 到 $v_4$ 的长度为 4 的简单通路有 2 条

$v_1e_1v_2e_2v_1e_3v_3e_5v_4$；

$v_1e_3v_3e_5v_4e_6v_4e_6v_4$。 (6 分)

从 $v_3$ 到 $v_4$ 长度为 4 的通路有 2 条。 (8 分)

**五、证明题(第 18 题 9 分，第 19 题 10 分，共 19 分)**

18. ①$S$ $P$(附加)

②$\neg S \vee P$ $P$

③$P$ $T$①，②(析取三段论)

④$P\rightarrow(Q\rightarrow R)$ $P$ (5 分)

⑤$Q\rightarrow R$ $T$③，④(假言推理)

⑥$Q$ $P$

⑦$R$ $T$⑤，⑥(假言推理)

⑧$S\rightarrow R$ $CP$ 规则 (9 分)

19. (1)因为

$\forall \langle a_1,b_1\rangle,\langle a_2,b_2\rangle,\langle a_3,b_3\rangle, \in R\times R$

$\langle a_1,b_1\rangle * \langle a_2,b_2\rangle=\langle a_1+a_2,b_1+b_2\rangle\in R\times R$，故运算 $*$ 在 $R\times R$ 封闭。

$(\langle a_1,b_1\rangle * \langle a_2,b_2\rangle) * \langle a_3,b_3\rangle=\langle a_1+a_2,b_1+b_2\rangle * \langle a_3,b_3\rangle$

$=\langle a_1+a_2+a_3,b_1+b_2+b_3\rangle=\langle a_1,b_1\rangle * \langle a_2+a_3,b_2+b_3\rangle$

$=\langle a_1,b_1\rangle * (\langle a_2,b_2\rangle * \langle a_3,b_3\rangle)$

所以，运算 $*$ 在 $R\times R$ 上满足结合律。故$\langle R\times R, * \rangle$是半群。 (5 分)

(2)$\langle 0,0\rangle\in R\times R$，且

$\forall \langle x,y\rangle\in R\times R$，都有

$\langle x,y\rangle * \langle 0,0\rangle=\langle x,y\rangle=\langle 0,0\rangle * \langle x,y\rangle$

故$\langle 0,0\rangle$是 $R\times R$ 关于运算 $*$ 的单位元。 (7 分)

(3)对$\forall (x,y)\in R\times R$，有

$\langle x,y\rangle * \langle -x,-y\rangle=\langle -x,-y\rangle * \langle x,y\rangle=\langle 0,0\rangle$

即任意 $R\times R$ 的元素$\langle x,y\rangle$关于运算 $*$ 存在逆元$\langle -x,-y\rangle$。

总之，$\langle R\times R, * \rangle$是群。 (10 分)