试卷代号:1080　　座位号□□

中央广播电视大学2001—2002学年度第一学期“开放本科”期末考试

土木专业工程数学(本)试题

2002年1月

题　号	一	二	三	四	五	总　分
分　数						

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,本题共21分)

1　已知4阶矩阵$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$,则$|A|=$(　　)

A. 1　　B　-1

C　0　　D　$\frac{1}{2}$

2　设$A=\begin{bmatrix}1&2\\3&5\end{bmatrix}$,则$A^{-1}=$(　　)

A　$\begin{bmatrix}-1&2\\3&-5\end{bmatrix}$　　B　$\begin{bmatrix}5&2\\3&1\end{bmatrix}$

C　$\begin{bmatrix}1&-2\\-3&5\end{bmatrix}$　　D　$\begin{bmatrix}-5&2\\3&-1\end{bmatrix}$

3. 设线性方程组$\begin{cases}\lambda x_1+x_2=1\\x_1+\lambda x_2=1\end{cases}$有唯一解,则$\lambda$的值应为(　　)

A　± 1　　B　不等于± 1的一切实数

C　1　　D　不等于1的一切实数

4 设 A,B 均为 n 阶方阵,若 $AB=0$,则一定有(　　)

A $A=0$ 或 $B=0$　　B 秩$(A)=0$ 或秩$(B)=0$

C 秩$(A)=n$ 或秩$(B)=n$　　D 秩$(A)<n$ 或秩$(B)<n$

5 从一批产品中随机抽取两件,用 A,B 分别表示合格品,则$\overline{AB}$表示(　　)

A 两件都不合格　　B 至少一件合格

C. 至少一件不合格　　D 两件都合格

6 对于随机变量 X,函数 $F(x)=P(X\leq x)$ 称为 X 的(　　)

A 分布函数　　B 概率

C 概率分布　　D 概率密布

7 设 X 为随机变量,$E(X)=\mu$, $D(X)=\sigma^2$, 当(　　)时,有 $E(Y)=0,D(Y)=1$

A $Y=\sigma X+\mu$　　B $Y=\sigma X-\mu$

C $Y=\dfrac{X-\mu}{\sigma}$　　D $Y=\dfrac{X-\mu}{\sigma^2}$

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

1 行列式与它的转置行列式_____

2 设矩阵 $A=(a_{ij})_{s\times t}$, 若矩阵 B,C 都是方阵 且满足 $AB=CA$,则矩阵 B,C 分别是____,____阶矩阵

3 若事件 A,B 相互独立,且已知 $P(A),P(B)$,则 $P(AB)=$_____

4 已知随机变量 X 服从两点分布 $P(X=1)=p$, $P(X=0)=1-p$, 则 $D(X)=$_____

5 设样本 X 的分布依赖于一个参数 θ,$\hat{\theta}$ 是基于样本 $x_1,x_2,\ \ ,x_n$ 的 θ 的一个估计量,若 $E(\hat{\theta})=\theta$,则称 $\hat{\theta}$ 是 θ 的_____

三、计算题(每小题 10 分,共 30 分)

1 设矩阵 $A^{-1}=\begin{bmatrix}0&2&1\\-1&1&4\\2&-1&-3\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}2\\1\\3\end{bmatrix}$,求(1)$A$,(2)$(A^{-1}-I)B$

2　试判断向量组 $\alpha_1=\begin{bmatrix}1\\2\\-3\end{bmatrix}$, $\alpha_2=\begin{bmatrix}1\\-3\\2\end{bmatrix}$, $\alpha_3=\begin{bmatrix}2\\-1\\3\end{bmatrix}$, $\alpha_4=\begin{bmatrix}0\\1\\4\end{bmatrix}$是否线性相关？并求该向量组的一个极大线性无关组

3　求线性方程组`

$$\begin{cases}x_1-2x_2+x_3+x_4=1\\x_1-2x_2+x_3-x_4=-1\\x_1-2x_2+x_3+5x_4=5\end{cases}$$

的全部解

得　分	评卷人

四、计算题(每小题 10 分,共 30 分)

1　一批产品中的次品率为 0 1,进行重复抽样检查,共抽 3 次,分别计算 3 件样品中恰有 2 件次品和至多有 1 件次品的概率

2　设随机变量 X 具有概率密度

$$f(x)=\begin{cases}2x, & 0\le x\le 1\\0, & \text{其它}\end{cases}$$

试求(1)$P(\frac{1}{2}<X<2)$, (2) $E(X)$, $E(2X-1)$

3　测两点之间的直线距离 16 次,测得距离的均值为$\bar{x}=231\ 06\text{m}$,标准差为 $s=2\ 40\text{m}$,若测量值可以认为是服从正态分布 $N(\mu,\ \sigma^2)$ 的,求 μ 的置信度为 0 95 的置信区间 $(t_{0\ 05}(15)=2\ 131)$

得　分	评卷人

五、证明题(本题 4 分)

设 A,B 同为 n 阶方阵,I 为 n 阶单位矩阵,且 $A=\frac{1}{2}(B+I)$,若 $A^2=A$, 则 $B^2=I$

试卷代号:1080

中央广播电视大学2001—2002学年度第一学期“开放本科”期末考试

土木专业工程数学(本)试题答案及评分标准

(供参考)

2002年1月

一、单项选择题(每题3分,本题共21分)

1 B　　2 D　　3 B　　4 D　　5 C　　6 A　　7 C

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

1 相等

2 t, s(答对一个给2分)

3 $P(A)P(B)$

4 $p(1-p)$

5 无偏估计

三、计算题(每小题10分,本题共30分)

1 解:(1)$(A^{-1}I)=\begin{bmatrix}0&2&1&1&0&0\\-1&1&4&0&1&0\\2&-1&-3&0&0&1\end{bmatrix}$ ·2分

$\rightarrow\begin{bmatrix}1&-1&-4&0&-1&0\\0&2&1&1&0&0\\0&1&5&0&2&1\end{bmatrix}$

$\rightarrow\begin{bmatrix}1&-1&-4&0&-1&0\\0&1&5&0&2&1\\0&0&-9&1&-4&-2\end{bmatrix}$

$\rightarrow\begin{bmatrix}1&-1&0&-4/9&7/9&8/9\\0&1&0&5/9&-2/9&-1/9\\0&0&1&-1/9&4/9&2/9\end{bmatrix}$

$$\rightarrow\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 1/9 & 5/9 & 7/9\\ 0 & 1 & 0 & 5/9 & -2/9 & -1/9\\ 0 & 0 & 1 & -1/9 & 4/9 & 2/9\end{bmatrix}$$

故 $A=\begin{bmatrix}1/9 & 5/9 & 7/9\\ 5/9 & -2/9 & -1/9\\ -1/9 & 4/9 & 2/9\end{bmatrix}$ …… 6分

$$(2)(A^{-1}-I)B=\left(\begin{bmatrix}0 & 2 & 1\\ -1 & 1 & 4\\ 2 & -1 & -3\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix}2\\ 1\\ 3\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-1 & 2 & 1\\ -1 & 0 & 4\\ 2 & -1 & -4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\ 1\\ 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3\\ 10\\ -9\end{bmatrix}$$ ·· 10分

2 解:(1)向量组 $\alpha_1=\begin{bmatrix}1\\ 2\\ -3\end{bmatrix}$, $\alpha_2=\begin{bmatrix}1\\ -3\\ 2\end{bmatrix}$, $\alpha_3=\begin{bmatrix}2\\ -1\\ 3\end{bmatrix}$, $\alpha_4=\begin{bmatrix}0\\ 1\\ 4\end{bmatrix}$线性相关 · 3分

$$(2)(\alpha_1\quad\alpha_2\quad\alpha_3\quad\alpha_4)=\begin{bmatrix}1 & 1 & 2 & 0\\ 2 & -3 & -1 & 1\\ -3 & 2 & 3 & 4\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1 & 1 & 2 & 0\\ 0 & -5 & -5 & 1\\ 0 & 5 & 9 & 4\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1 & 1 & 2 & 0\\ 0 & -5 & -5 & 1\\ 0 & 0 & 4 & 5\end{bmatrix}$$

所以求出一个极大无关组是 α_1 α_2 α_4 ·· 10分

3 解:将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix}1 & -2 & 1 & 1 & 1\\ 1 & -2 & 1 & -1 & -1\\ 1 & -2 & 1 & 5 & 5\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}1 & -2 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 0 & -2 & -2\\ 0 & 0 & 0 & 4 & 4\end{bmatrix}$$

$$\rightarrow\begin{bmatrix}1 & -2 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}1 & -2 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$ ·· · 2分

方程组的一般解为

$$\begin{cases}x_1 = 2x_2 - x_3\\ x_4 = 1\end{cases}$$ （其中 x_4 为自由未知量） · 5分

一个特解为 $X_0 = (0,0,0,1)'$ · 6分

导出组的一般解为

$$\begin{cases}x_1 = 2x_2 - x_3\\ x_4 = 0\end{cases}$$

令 $x_2 = 1$, $x_3 = 0$ 得 $x_1 = 2$, $x_4 = 0$

$x_2 = 0$, $x_3 = 1$ 得 $x_1 = -1$, $x_4 = 0$

得一个基础解系为 $X_1 = (2, 1, 0, 0)'$, $X_2 = (-1, 0, 1, 0)'$ 9分

所以方程组的全部解为 $X = X_0 + c_1X_1 + c_2X_2$（其中 c_1, c_2 是任意实数） 10分

四、计算题（每小题10分，本题共30分）

1 解 (1)抽出的样品中次品数 $X \sim B(3,0\ 1)$，设 A·“3件样品中恰有2件次品”，则有

$$P(A) = P(X=2) = C_3^2 0\ 1^2 \cdot 0\ 9 = 0\ 027$$ ·· ·5分

(2)设 B “至多有1件次品”，则有

$$P(B) = P(X=0) + P(X=1)$$

$$= C_3^0 0\ 9^3 + C_3^1 0\ 1 \cdot 0\ 9^2 = 0\ 972$$ 10分

2 解.(1) $P(\frac{1}{2} < X < 2) = \int_{1/2}^{2} f(x)\,dx = \int_{1/2}^{1} 2x\,dx = x^2 \Big|_{1/2}^{1} = \frac{3}{4}$ 4分

(2) $E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)\,dx = \int_0^1 2x^2\,dx = \frac{2}{3}x^3 \Big|_0^1 = \frac{2}{3}$

$$E(2X-1) = 2E(X) - 1 = 2 \times \frac{2}{3} - 1 = \frac{1}{3}$$ ·10分

3 解：由于未知 σ^2，故选取样本函数

$$T = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$$ 2分

已知 $\bar{x}=231\ 06$，$s=2\ 40$，经计算得

$$\frac{s}{\sqrt{16}}=0\ 6 \qquad \cdot 6\text{分}$$

μ 的置信度为 0 95 的置信区间为 $[\bar{x}-t_{0\ 05}(15)\frac{s}{\sqrt{16}},\ \bar{x}+t_{0\ 05}(15)\frac{s}{\sqrt{16}}]$，又由已知条件 $t_{0\ 05}(15)=2\ 131$，故此置信区间为[229 78，232 34] $\cdot$ 10 分

五、证明题(本题 4 分)

证明·因为 $A=\frac{1}{2}(B+I)$，故

$$A^2-A=A(A-I)=\frac{1}{2}(B+I)\frac{1}{2}(B-I)=\frac{1}{4}(B^2-I)=0$$

故 $B^2=I$ 证毕 $\cdot$ 4 分