试卷代号:2067　　座位号□□

中央广播电视大学2001—2002学年度第一学期"开放专科"期末考试

计算机专业计算机数学基础(A)试题

2002年1月

题　号	一	二	三	四	总　分
分　数					

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,本题共21分)

1　设 $z=x^2y$,则 $2y=$(　　)

A　$\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$　　B　$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$

C　$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$　　D　$\dfrac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}$

2　二重积分 $\iint_D f(x,y)\,dxdy$ (其中 D 为 $y=x^2$, $y=x^3$ 所围成的区域)化成累次积分的结果是(　　)

A　$\int_0^1 dx\int_{x^3}^{x^2} f(x,y)\,dy$　　B　$\int_0^1 dx\int_{x^2}^{x^3} f(x,y)\,dy$

C　$\int_0^1 dy\int_{y^3}^{y^2} f(x,y)\,dx$　　D　$\int_0^1 dy\int_{\sqrt[3]{y}}^{\sqrt{y}} f(x,y)\,dx$

3　设 A 是 $n\times s$ 矩阵,B 是 $m\times s$ 矩阵,则下列运算中有意义的是(　　)

A　AB　　B　BA

C　$A'B$　　D　AB'

4 向量组$\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}2\\-3\\7\end{bmatrix}$的秩是(　　)

A 3　　B 4

C 1　　D 2

5 若线性方程组 $AX=0$ 只有零解,则线性方程组 $AX=b$(　　)

A 有唯一解　　B 有无穷多解

C 可能无解　　D 无解

6 若 A 与 B 相互独立,则等式(　　)成立

A $P(A+B)=P(A)+P(B)$　　B $P(AB)=P(A)$

C $P(A|B)=P(A)$　　D $P(AB)=P(A)P(B)$

7 若 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$,$Y=$(　　),则 $Y\sim N(0,1)$

A $\sigma X+\mu$　　B $\dfrac{X-\mu}{\sigma}$

C $\dfrac{X-\mu}{\sigma^2}$　　D $\mu X+\sigma$

得　分	评卷人

二、填空题(每小题3分,共15分)

1 设 $z=x^y$,则 $dz=$_____

2 设矩阵 A 可逆,B 是 A 的逆矩阵,则$(A')^{-1}=$_____

3 若 n 元线性方程组 $AX=0$ 满足 $r(A)<n$,则该线性方程组_____

4 设随机变量 $X\sim\begin{bmatrix}-1 & 0 & 1\\ 0.2 & 0.5 & a\end{bmatrix}$,则 $a=$_____

5 设 X 为随机变量,已知 $E(X)=2$,$E(X^2)=5$,此时 $D(3X-2)=$_____

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 10 分,共 60 分)

1　设 $z=f(xy,\frac{x}{y})$,求 $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$

2　设矩阵 $A=\begin{bmatrix}1 & -1 & 2\\ 2 & -3 & 5\\ 3 & -2 & 4\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}2 & -1 & 5\\ 0 & 1 & 1\end{bmatrix}$, 且有 $AX=B'$,求矩阵 X

3　当 λ 取何值时,线性方程组

$$\begin{cases}x_1-x_2+x_4=2\\ x_1-2x_2+x_3+4x_4=3\\ 2x_1-3x_2+x_3+5x_4=\lambda+2\end{cases}$$

有解,在有解的情况下求方程组的全部解

4　已知某批产品的次品率为 0 1,在这批产品中有放回地抽取 4 次,每次抽取一件,试求(1)有次品的概率,(2)恰有两件次品的概率

5　设连续型随机变量 X 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}Ax^2, & 0<x<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

试求(1)A,(2)$P(\frac{1}{4}<X<4)$

6　某厂生产一批的钢筋,其长度 $X\sim N(\mu,0\ 16)$,今从这批钢筋中随机地抽取了 16 根,测得长度(单位 m)的平均值为 4 9,求钢筋长度 μ 的置信度为 0 95 的置信区间($u_{0\ 975}=1\ 96$)

得　分	评卷人

四、证明题(本题 4 分)

已知随机事件 A,B 满足 $A\supset B$,试证:$P(A-B)=P(A)-P(B)$

试卷代号:2067

中央广播电视大学2001—2002学年度第一学期“开放专科”期末考试

计算机专业计算机数学基础(A)

试题答案及评分标准

(供参考)

2002年1月

一、单项选择题(每小题3分,本题共21分)

1 B　　2 A　　3 D　　4 A　　5 C　　6 D　　7 B

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

1 $yx^{y-1}dx+x^y\ln x dy$

2 B'

3 有非零解

4 0 3

5 9

三、计算题(每小题10分,本题共60分)

1 解 设 $u=xy, v=\frac{x}{y}$,由复合函数求导法则得

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{\partial z}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial v}\cdot\frac{\partial v}{\partial x}=y\cdot\frac{\partial z}{\partial u}+\frac{1}{y}\cdot\frac{\partial z}{\partial v}$$ ……5分

$$\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{\partial z}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial z}{\partial v}\cdot\frac{\partial v}{\partial y}=x\cdot\frac{\partial z}{\partial u}-\frac{x}{y^2}\cdot\frac{\partial z}{\partial v}$$ ……10分

2 解:利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix}1&-1&2&1&0&0\\2&-3&5&0&1&0\\3&-2&4&0&0&1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&-1&2&1&0&0\\0&-1&1&-2&1&0\\0&1&-2&-3&0&1\end{bmatrix}$$

$$\to\begin{bmatrix}1&-1&2&1&0&0\\0&-1&1&-2&1&0\\0&0&-1&-5&1&1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&-1&2&1&0&0\\0&1&-1&2&-1&0\\0&0&1&5&-1&-1\end{bmatrix}$$

$$\to\begin{bmatrix}1 & -1 & 0 & -9 & 2 & 2\\ 0 & 1 & 0 & 7 & -2 & -1\\ 0 & 0 & 1 & 5 & -1 & -1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 7 & -2 & -1\\ 0 & 0 & 1 & 5 & -1 & -1\end{bmatrix}$$

即 $$A^{-1}=\begin{bmatrix}-2 & 0 & 1\\ 7 & -2 & -1\\ 5 & -1 & -1\end{bmatrix}$$

由矩阵乘法和转置运算得

$$X=A^{-1}B'=\begin{bmatrix}-2 & 0 & 1\\ 7 & -2 & -1\\ 5 & -1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 0\\ -1 & 1\\ 5 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 11 & -3\\ 6 & -2\end{bmatrix}$$ · · 10 分

3 解 将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix}1 & -1 & 0 & 1 & 2\\ 1 & -2 & 1 & 4 & 3\\ 2 & -3 & 1 & 5 & \lambda+2\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1 & -1 & 0 & 1 & 2\\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1\\ 0 & -1 & 1 & 3 & \lambda-2\end{bmatrix}$$

$$\to\begin{bmatrix}1 & -1 & 0 & 1 & 2\\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-3\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1 & 0 & -1 & -2 & 1\\ 0 & 1 & -1 & -3 & -1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-3\end{bmatrix}$$

由此可知当 $\lambda\neq 3$ 时,方程组无解 当 $\lambda=3$ 时,方程组有解 · · 5 分

此时齐次方程组化为

$$\begin{cases}x_1=x_3+2x_4\\ x_2=x_3+3x_4\end{cases}$$

分别令 $x_3=1,x_4=0$ 及 $x_3=0,x_4=1$,得齐次方程组的一个基础解系

$$X_1=[1\quad 1\quad 1\quad 0]',\ X_2=[2\quad 3\quad 0\quad 1]'$$

令 $x_3=0,x_4=0$,得非齐次方程组的一个特解

$$X_0=[1\quad -1\quad 0\quad 0]'$$

由此得原方程组的全部解为

$$X=X_0+k_1X_1+k_2X_2$$ (其中 k_1,k_2 为任意常数) · 10 分

4 解 (1) 4 次抽取中取到次品的次数 $X\sim B(4,0\ 1)$ 设 A "有次品",则有

$$P(A)=1-P(X=0)$$

$$=1-C_4^0\ 0\ 9^4=0\ 3439$$ · · · 5 分

(2)设 B:"恰有两件次品",则有

$$P(B)=P(X=2)$$

$$=C_4^2\ 0\ 1^2 0\ 9^2=0\ 0486$$ · 10 分

5. 解.(1)由密度函数的性质有$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$,即

$$\int_0^1 Ax^2\,dx = \frac{A}{3}x^3\Big|_0^1 = \frac{A}{3} = 1$$

解得$A=3$ · · · · 5分

$(2)P(\frac{1}{4} < X < 4) = \int_{\frac{1}{4}}^{4} f(x)\,dx = \int_{\frac{1}{4}}^{1} 3x^2\,dx = x^3\Big|_{\frac{1}{4}}^{1} = 1 - \frac{1}{4^3} = \frac{63}{64}$ · 10分

6 解:由于已知σ^2,故选取样本函数

$$U = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$ · · · · 2分

已知$\bar{x}=4\ 9$,$\sigma=0\ 4$,经计算得

$$\frac{0\ 4}{\sqrt{16}}=0\ 1$$ · · · · 6分

钢筋长度μ的置信度为0 95的置信区间为$[\bar{x} - u_{0\ 975}\frac{\sigma}{\sqrt{16}}, \bar{x} + u_{0\ 975}\frac{\sigma}{\sqrt{16}}]$,又由已知条件

$u_{0\ 975}=1\ 96$,故此置信区间为[4 704,5 096] · · · 10分

四、证明题(本题4分)

证明.已知$A \supset B$,由事件的关系可知

$$A = (A-B) + B$$

而$(A-B)B = \varnothing$,故由概率的性质可知

$$P(A) = P(A-B) + P(B)$$

即 $$P(A-B) = P(A) - P(B)$$

证毕 · · · · · 4分